

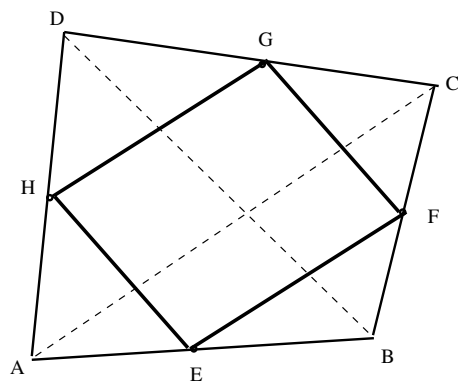
Übung zum Lehrerweiterbildungskurs 'Geometrie'

Aufgabe E6 (Satz von Varignon¹)

Verbindet man in der euklidischen Ebene die Mitten benachbarter Seiten eines Vierecks, dann erhält man ein Parallelogramm.

Lösungshinweis:

Betrachten Sie zunächst das Dreieck $\triangle ABC$ (s.Skizze)! Wenden Sie eine zentrische Streckung mit Zentrum B an!



Zum Satz von Varignon

Lösungsskizze: Die zentrische Streckung mit Streckfaktor $\frac{1}{2}$ mit Zentrum B bildet A auf E und C auf F ab. Da zentrische Streckungen (als Dehnungen) Geraden auf parallele Geraden abbilden, folgt

$$EF \parallel AC.$$

Analog zeigt man $HG \parallel AC$, $EH \parallel BD$ und $FG \parallel BD$. Aus der Symmetrie und Transitivität der Parallelitätsrelation folgt sich, dass gegenüberliegende Seiten des Vierecks $EFGH$ parallel sind, und damit die Behauptung. \square

¹Pierre de Varignon, französischer Wissenschaftler, 1654-1722