

## Übung zum Lehrkräfteweiterbildungskurs 'Geometrie'

### Aufgabe W4 (Kreis, Mittelsenkrechte)

Sei  $k$  ein Kreis mit Radius  $r$  und Mittelpunkt  $M$  in der euklidischen Ebene  $\mathcal{E} = (\mathcal{P}, \mathcal{G})$ , also  $k = \{P \in \mathcal{P} : |\overline{PM}| = r\}$ . Zeigen Sie elementargeometrisch:

Jede Gerade  $h$  aus  $\mathcal{G}$  schneidet  $k$  in höchstens 2 Punkten.

*Lösungshinweis:* Unter der Annahme, dass  $A, B, C \in k \cap h$  und dass  $B$  zwischen  $A$  und  $C$  liegt, betrachte man die Mittelsenkrechten  $m_{AB}$  und  $m_{BC}$ . Schneiden sie sich im Mittelpunkt  $M$  von  $k$ ?

### Lösungsskizze:

Die beiden Mittelsenkrechten  $m_{AB}$  und  $m_{BC}$  sind einerseits freie Schenkel von kongruenten Stufenwinkeln und daher parallel. Andererseits gilt  $\overline{AM} \equiv \overline{BM}$  sowie  $\overline{BM} \equiv \overline{CM}$  und daher (nach den Eigenschaften von Mittelsenkrechten)  $M \in m_{AB} \cap m_{BC}$ , ein Widerspruch. Daher gilt  $|h \cap k| \leq 2$ .