

Übung zum Lehrkräfteweiterbildungskurs 'Geometrie'

Aufgabe A1 (Ebenen in Inzidenzräumen)

Seien g und h verschiedene Geraden eines Inzidenzraumes $(\mathcal{P}, \mathcal{G}, \mathcal{E})$. Zeigen Sie die Existenz einer Geraden $f \in \mathcal{G}$, für die es Ebenen $E \in \mathcal{E}$ und $F \in \mathcal{E}$ gibt mit

$$g, f \subseteq E \quad \text{und} \quad f, h \subseteq F.$$

Lösungsskizze

Nach dem Geraden-Reichhaltigkeitsaxiom existieren verschiedene Punkte P, Q auf g und verschiedene Punkte R, S auf h . O.B.d.A. liege R nicht auf g (andernfalls nehme man S statt R) und Q nicht auf h . Mit drei nicht-kollinearen Punkten existiert genau eine mit diesen inzidierende Ebene. Man definiere $E = PQR$ und $F = QRS$. Dann sind E und F Ebenen, die die Gerade $f := QR$ enthalten. \square