

Übung zum Lehrerweiterbildungskurs 'Geometrie'

Aufgabe C1 (Stufenwinkel) (S.Aufgabe 52 des Skripts!)

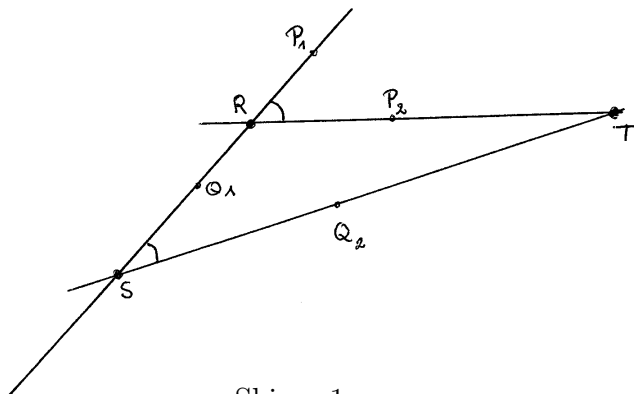
Zeigen Sie folgende Sätze der absoluten Geometrie:

- (i) Freie Schenkel von kongruenten Stufenwinkeln sind parallel. (Zur Definition von Stufenwinkeln siehe Skript Seite 88!)
- (ii) Ist g eine Gerade und P ein Punkt mit $P \notin g$, dann existiert (mindestens) eine Parallele von g durch P .

Lösungsskizze:

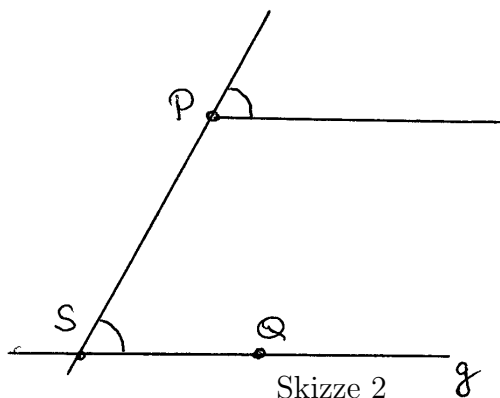
- (i) Definitionsgemäß liegen die beiden freien Schenkel RP_2^+ und SQ_2^+ der Stufenwinkel in der gleichen (Halb-)Ebene. Wären sie nicht parallel, so würden sie sich in einem Punkt T schneiden (siehe die Skizze 1).

Der Stufenwinkel $\sphericalangle P_1RP_2$ wäre dann Außenwinkel des Dreiecks $\triangle RST$ und der Stufenwinkel $\sphericalangle Q_1SQ_2$ dann nicht-anliegender Innenwinkel diese Dreiecks. Nach Hilfssatz (9.10) des Skripts können diese Winkel dann entgegen der Voraussetzung nicht kongruent sein.



Skizze 1

- (ii) Man verbinde den Punkt P mit einem Punkt S der Geraden $g = SQ$ und trage den Winkel $\sphericalangle QSP$ an die Halbgerade PS^- in die Halbebene PSQ^+ an (siehe die Skizze 2).



Skizze 2

Die freien Schenkel der so entstandenen kongruenten Stufenwinkel sind nach Teil (i) parallel. \square