

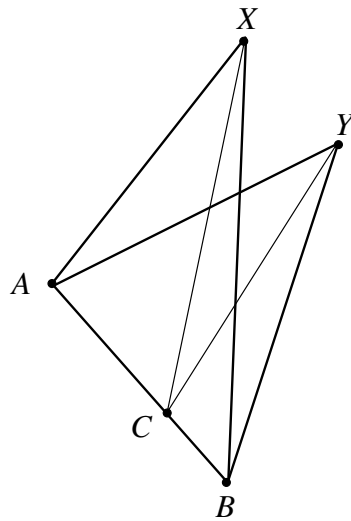
## Übung zum Lehrerweiterbildungskurs 'Geometrie'

### Aufgabe C13 (Kongruenz von Dreiecken, Schmetterlingsaxiom)

Beweisen Sie für den 3-dim euklidischen Raum das sogenannte "Schmetterlingsaxiom":

Sind  $A, B, C, X, Y$  fünf verschiedene Punkte derart, dass  $A, B, C$  kollinear sind und  $\overline{AX} \equiv \overline{AY}$  sowie  $\overline{BX} \equiv \overline{BY}$  gilt, dann folgt  $\overline{CX} \equiv \overline{CY}$ . (S. die untenstehende Figur!)

*Hinweis:* Ohne Beweis benutzen dürfen Sie hier die Kongruenzsätze oder Eigenschaften der Mittelsenkrechten einer Strecke im 3-dim Raum.



### Lösungsskizze:

#### 1. Möglichkeit:

Die Dreiecke  $\triangle AXB$  und  $\triangle AYB$  sind wegen der Voraussetzung über die kongruenten Strecken nach dem Kongruenzsatz SSS kongruent.

Daher gilt auch  $\sphericalangle XAB \equiv \sphericalangle YAB$ . (Ist  $C \notin \overline{AB}$ , so betrachte man noch die Nebenwinkel!) Mit dem Kongruenzsatz SWS ergibt sich  $\triangle AXC \equiv \triangle AYC$  und damit  $\overline{CX} \equiv \overline{CY}$ .

#### 2. Möglichkeit:

$E := \{Z \mid \overline{ZX} \equiv \overline{ZY}\}$  ist eine Ebene ( die Ebene der Mittelsenkrechten von  $\overline{XY}$ ). Mit  $A, B \in E$  folgt  $C \in \overline{AB} \subseteq E$  und daraus die Behauptung.