

## Übung zum Lehrerweiterbildungskurs 'Geometrie' SoSe 2017

### Aufgabe A1 (Ebenen in Inzidenzräumen)

Seien  $g$  und  $h$  verschiedene Geraden eines Inzidenzraumes  $(\mathcal{P}, \mathcal{G}, \mathcal{E})$ . Zeigen Sie die Existenz einer Geraden  $f \in \mathcal{G}$ , für die es Ebenen  $E \in \mathcal{E}$  und  $F \in \mathcal{E}$  gibt mit

$$g, f \subseteq E \quad \text{und} \quad f, h \subseteq F.$$

### Lösungsskizze

Nach dem Geraden-Reichhaltigkeitsaxiom existieren verschiedene Punkte  $P, Q$  auf  $g$  und verschiedene Punkte  $R, S$  auf  $h$ . O.B.d.A. liege  $R$  nicht auf  $g$  (andernfalls nehme man  $S$  statt  $R$ ) und  $Q$  nicht auf  $h$ . Mit drei nicht-kollinearen Punkten existiert genau eine mit diesen inzidierende Ebene. Man definiere  $E = PQR$  und  $F = QRS$ . Dann sind  $E$  und  $F$  Ebenen, die die Gerade  $f := QR$  enthalten.  $\square$