

Übung zum Lehrerweiterbildungskurs Mathematik 'Lineare Algebra/Analytische Geometrie II'

Aufgabe W2 (Berechnung der inversen Matrix)

Berechnen Sie die zu

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} \in \mathbb{Q}^{(4,4)}$$

inverse Matrix!

Lösungsskizze

Z.B. aus

$$(A|E_4) = \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 1 & 3 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right) \xrightarrow{z_1 - z_3 - z_4} \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

$$\xrightarrow{z_3 - z_2 + z_4} \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 0 & 0 & -1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right) \xrightarrow{\frac{1}{3}z_3} \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -\frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

$$\xrightarrow{z_4 - z_3} \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -\frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & \frac{1}{3} & -\frac{1}{3} & \frac{2}{3} \end{array} \right) \xrightarrow{z_2 - z_4} \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & \frac{2}{3} & \frac{1}{3} & -\frac{2}{3} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -\frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & \frac{1}{3} & -\frac{1}{3} & \frac{2}{3} \end{array} \right)$$

ergibt sich:

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & -1 \\ 0 & \frac{2}{3} & \frac{1}{3} & -\frac{2}{3} \\ 0 & -\frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \\ 0 & \frac{1}{3} & -\frac{1}{3} & \frac{2}{3} \end{pmatrix}.$$