

Modulprüfung zur Analysis II

Weiterbildung für Lehrer an der FU

Dozent: V.Schulze Datum: 2.7.2015 Bearbeitungszeit: 60 Minuten

Name	Vorname		Unterschrift		Matr.Nr.
Aufgabe	1	2	3	Punktsumme	Note
Punkte					

Bearbeiten Sie zwei der folgenden drei Aufgaben.

Anmerkung: Pro Aufgabenteil werden maximal 5 Punkte vergeben; insgesamt also maximal 30 Punkte.

Aufgabe 1

Es sei $f : (-\frac{\pi}{2}, +\frac{\pi}{2}) \rightarrow \mathbb{R}$ definiert durch

$$f(x) := \begin{cases} \frac{1-\cos x}{x} & \text{falls } x \neq 0 \\ 0 & \text{falls } x = 0 \end{cases}$$

- (i) Man zeige, daß f stetig ist.
- (ii) Ist f differenzierbar?
- (iii) Existiert das Integral $\int_0^1 f(x)dx$?

Aufgabe 2

- (i) Für welche x konvergiert die Potenzreihe $\sum_{n=2}^{\infty} (x-3)^n$?
- (ii) Für welche x konvergiert die Potenzreihe $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(x-3)^n}{n^2}$?
- (iii) Man bestimme die Grenzfunktion der Potenzreihe aus (i).

Aufgabe 3

Es sei $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ definiert durch

$$f(x, y) := \begin{cases} \sqrt{16 - x^2 - 6y^2} & \text{falls } 16 \geq x^2 + 6y^2 \\ 0 & \text{falls } 16 < x^2 + 6y^2 \end{cases}$$

- (i) Berechnen Sie die partiellen Ableitungen $\frac{\partial f}{\partial x}$ und $\frac{\partial f}{\partial y}$ im Punkt $(1, 1)$.
- (ii) Bestimmen Sie die Gleichung der Tangentialebene von f im Punkt $(1, 1)$.
- (iii) Existiert die partielle Ableitung $\frac{\partial f}{\partial x}$ im Punkt $(4, 0)$?