6. Übung zur Analysis I

Weiterbildung für Lehrer

Dozent: V.Schulze

Aufgabe 16

Für $n \in \mathbb{N}$ sei

$$a_n := \begin{cases} \frac{1}{n} & falls \quad n\ gerade \\ \frac{-1}{n^2} & falls \quad n\ ungerade \end{cases}$$

Man zeige:

Die Reihe $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ ist nicht konvergent.
Anmerkung: Das Leibnitzkriterium ist nicht anwendbar.

Aufgabe 17

(i) Für welche reellen x konvergiert die Reihe

$$1 + \frac{x}{2} + \frac{x^2}{2^2} + ... + \frac{x^n}{2^n} + ... \ ?$$

(ii) Für welche reellen x konvergiert die Reihe

$$x - \frac{x^2}{2^2} + \frac{x^3}{3^2} - \frac{x^4}{4^2} + ... + (-1)^{n+1}\frac{x^n}{n^2} + ... \ ?$$

Aufgabe 18

Es sei $| x |< 1$.
Für $\sum_{n=0}^{\infty} x^n \cdot \sum_{n=0}^{\infty} x^n$ bilde man die Cauchysche Produktreihe (durch formales Ausmultiplizieren) und zeige:

$$\sum_{n=0}^{\infty}(n+1)x^n = \frac{1}{(x-1)^2} \ .$$