

17. Übung zur Analysis I

Weiterbildung für Lehrer

Dozent: V.Schulze

Wiederholungsaufgaben

Aufgabe 49

Es sei $M := \left\{ \frac{(-1)^n}{1+\frac{1}{n}} \mid n \in \mathbb{N} \right\} \cup \{-1\}$.

(i) Man bestimme die Häufungspunkte von M .

(ii) Man bestimme das Supremum von M .

Man bestimme das Infimum von M .

(iii) Besitzt M ein Maximum?

Besitzt M ein Minimum?

(iv) Bestimme $\overline{\lim}_{n \rightarrow \infty} \frac{(-1)^n}{1+\frac{1}{n}}$.

(v) Bestimme $\underline{\lim}_{n \rightarrow \infty} \frac{(-1)^n}{1+\frac{1}{n}}$.

Aufgabe 50

(i) Konvergiert die Reihe $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt[n]{n}}$?

(ii) Konvergiert die Reihe $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{2^n}$?

(iii) Konvergiert die Reihe $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{3n^2 - 2n - 1}$?

Aufgabe 51

(i) Für welche $x \in \mathbb{R}$ konvergiert die Potenzreihe $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{9^n} (x-1)^{2n}$?

(ii) Bestimme die Grenzfunktion der Potenzreihe aus (i).

(iii) Konvergiert die Potenzreihe aus (i) im Intervall $[0, 1]$ gleichmäßig?

Aufgabe 52

Es sei $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definiert durch

$$f(x) := \begin{cases} \frac{1}{2^{\frac{1}{x}}} & \text{falls } x < 0 \\ x & \text{falls } 0 \leq x \leq 2 \\ x^2 - 2 & \text{falls } 2 < x \end{cases}$$

(i) In welchen Punkten ist f stetig?

(ii) Ist f gleichmäßig stetig auf $[1, 3]$?

(iii) Ist f gleichmäßig stetig auf $(1, 3)$?