Relationen – Eigenschaften

Wir definieren verschiedene Eigenschaften für Relationen *auf* Mengen: Sei $R \subseteq A \times A$ eine Relation.

R ist	wenn $\forall a, b, c \in A$ gilt	oder gilt	Bsp. mit der Eigenschaft	Bsp. ohne die Eigenschaft
reflexiv	aRa	$Id_A \subseteq R$	$\leq \quad (x \leq x)$ ✓	$< \quad (5 < 5)$ ✗
symmetrisch	$aRb \to bRa$ $(aRb \leftrightarrow bRa)$	$R = R^{-1}$	$\neq \quad (x \neq y \to y \neq x)$ ✓	$< \quad (2 < 6 \to 6 < 2)$ ✗
transitiv	$aRb \land bRc \to aRc$	$R \circ R \subseteq R$	$< \quad (x < y \land y < z \to x < z)$ ✓	$\neq \quad (3 \neq 5 \land 5 \neq 3 \to 3 \neq 3)$ ✗
antisymmetrisch	$aRb \land bRa \to a = b$	$R \cap R^{-1} \subseteq Id_A$	$\leq \quad (x \leq y \land y \leq x \to x = y)$ ✓ $< \quad (x < y \land y < x \to x = y)$ ✓	$\neq \quad (3 \neq 5 \land 5 \neq 3 \to 3 = 5)$ ✗
asymmetrisch	$aRb \to \neg(bRa)$	$R \cap R^{-1} = \emptyset$	$< \quad (x < y \to \neg(y < x))$ ✓	$= \quad (x = y \to \neg(y = x))$ ✗

Die zuvor definierte Elternrelation ist:
nicht reflexiv (niemand ist sein eigenes Elternteil)
nicht symmetrisch (Person a ist nicht gleichzeitig Kind und Elternteil von Person b)
nicht transitiv (ein Großelternteil ist nicht ein Elternteil)
antisymmetrisch (Teil vor der Implikation ist immer 0)
asymmetrisch (das Kind eines Elternteils kann nicht Elternteil seines Elternteils sein)