Stefan Geschke
Gido Scharfenberger

Ausgabe: 26.4.2004
Abgabe: 4.5.2004 in der Übung

Einführung in die Logik und Modelltheorie

– Sommersemester 2004 – Zweite Übung –

Aufgabe 5 (Beweis des Koinzidenztheorems) Diese Aufgabe will eine Gelegenheit sein, das Prinzip der Induktion über den Formelaufbau einzuüben: Beweise das Lemma 1.13 der Vorlesung.

Aufgabe 6 (Fingerübung mit Formeln) Wir betrachten die folgenden aussagenlogischen Formeln in polnischer bzw. in Infix-Notation:

$$\vee\vee\wedge pq\neg r \wedge sp,\ \wedge\wedge\!\rightarrow pq \rightarrow qr\neg\rightarrow rp \text{ und } (((p \wedge q) \vee (p \wedge \neg q)) \wedge \neg(p \vee (r \wedge \neg r))).$$

(a) Übersetze jede der drei Formeln in die jeweils andere Notation.

(b) Bestimme, ob es sich um allgemeingültige, erfüllbare oder unerfüllbare Formeln handelt.

(c) Bestimme die disjunktiven Normalformen der Formeln.

Aufgabe 7 (einelementige aussagenlogische Basen) In Definition 1.11 der Vorlesung wurde die Semantik der gebräuchlichsten aussagenlogischen Junktoren anhand von Wahrheitstafeln (also Booleschen Funktionen) eingeführt. Wir wollen nun die Menge der zweistelligen Booleschen Funktionen betrachten und jeder von Ihnen einen Junktor $j_i, i = 0 \dots 15$ zuordnen. Welche dieser Junktoren bilden eine einelementige aussagenlogische Basis ?

(Tip: Es sind recht wenige. Ihr könnt beim Ausschlussverfahren entweder einen Junktor nach dem anderen abarbeiten (d.h. zuerst versuchen, eine bekannte Basis durch j_i auszudrücken und, falls dies nicht gelingt, nach einer Formel suchen, von der man zeigen kann, dass es keine äquivalente nur-j_i-Formel gibt) oder aber Ihr sucht nach „dem guten systematischen Ansatz“, der die Zahl der Kandidaten sehr schnell reduziert.)

Aufgabe 8 (Logelei) Wähle für die im folgenden Text benutzten Namen, Eigenschaften und Tätigkeiten einen Satz von Aussagevariablen, und übersetze den Text dann in die Sprache der Aussagenlogik (so, dass jedes Individuum, auf das diese Begriffe angewendet werden können, eine Belegung der Aussagevariablen definiert). Stelle dann einen Zusammenhang zwischen „matupeln“ und „eine Mause haben“ her.

1. Wer bedrüpt ist, makst nicht.
2. Wer knaselt, hat eine Mause.
3. Jeder, der nicht deuken kann, makst.
4. Alle Drumser nehmen Pfuff.
5. Wer kein Pli ist, matupelt nicht.
6. Kein betuxter Klep kann deuken.
7. Wer Pfuff nimmt, ist bedrüpt.
8. Nur betuxte Kleps knaseln nicht.
9. Jeder Pli ist ein Drumser.

(Tip: Eine Wahrheitstafel mit 4096 Zeilen wäre hier zuviel verlangt. Argumentiert lieber mit einigen (zwei) der Beispiele (plus Verallgemeinerungen) für Tautologien und Äquivalenzen aus 1.18 und 1.19 der Vorlesung.)