

**E**ins, zwei, drei: Wer als Erster oder als Erste gezählt hat, wann und was das war, ist nicht mehr festzustellen. Aber die Erfindung des Zählens war eine kulturelle Meisterleistung, ein kleiner Schritt für einen Menschen, aber ein großer für die Menschheit. Das Herunterzählen – „zehn, neun, acht ...“ – ist hingegen ein Produkt der Science-Fiction: Den Countdown erfand der österreichisch-deutsch-amerikanische Regisseur Fritz Lang für seinen letzten Stummfilm „Frau im Mond“. Die Premiere am 15. Oktober 1929 im Berliner Ufa-Palast am Zoo war ein gesellschaftliches Ereignis; immerhin war mit Albert Einstein angeblich ein Mitglied der Akademie dabei.

Fritz Lang brauchte den filmischen Countdown für den Start einer Mondrakete: „Als ich das Abheben der Rakete drehte, sagte ich mir: Wenn ich eins, zwei, drei, vier, zehn, fünfzig, hundert zähle, weiß das Publikum nicht, wann die losgeht. Aber wenn ich rückwärts zähle (count down), zehn, neun, acht, sieben, sechs, fünf, vier, drei, zwei, eins, null! – dann verstehen sie.“

Die Wissenschaft war auch sonst beteiligt: Der Raketenpionier Hermann Oberth wirkte nicht nur als wissenschaftlicher Berater des Films; er hatte sogar im Sommer 1929 von der Ufa Mittel erhalten, um eine Flüssigkeitsrakete zu entwickeln, die zur Filmpremiere gestartet werden sollte. Nach einigen Fehlschlägen und Unfällen wurde der Plan allerdings fallengelassen: Die Zeit war zu knapp für das komplizierte Projekt.

Damit ist in die Verbindung zwischen den Eckpunkten meines Themas schon hergestellt: Vom Zählen war die Rede, von der Frühgeschichte der Menschheit bis zur Zukunft des Science-Fiction-Films.

**Bilder vom Jupiter**

Unternehmen wir einen zweiten Anlauf, einen Versuch, in dem der Schnitt zwischen Frühgeschichte und Zukunft besonders deutlich wird: „2001: Odyssey im Weltraum“ ist ein Science-Fiction-Film aus dem Jahr 1968. Regie führte Stanley Kubrick, das Drehbuch zu „2001“ stammt aus einer Zusammenarbeit mit Arthur C. Clarke, einem Science-Fiction-Autor und Visionär mit Mathematik- und Physikstudium, der zudem ein Erfinder war: 1945 ersann er die geostationären Kommunikationssatelliten.

Der Film bietet viele interessante Aspekte, von der Tricktechnik bis zur Musik; er enthält insbesondere aber auch einen spektakulären Schnitt. Da hat ein Frühmensch gerade entdeckt, dass man mit einem Knochen wunderbar Artgenossen erschlagen kann – kulturpessimistisch könnte man das leichtfertig als Moment der Menschwerdung interpretieren. Er schleudert diesen Knochen, die Mordwaffe, in die Höhe – und dann folgt der Schnitt auf einen futuristischen Raumtransporter, der schwerelos und still am schwarzen Himmel steht. Also ein Schnitt über mehr als zwei Millionen Jahre. Wo steckt da die Mathematik drin? Um das zu sehen, untersuchen wir nacheinander drei Teile des Bildes: erstens den Knochen, zweitens die Raumstation und drittens den Wurf.

1. Der Knochen: Ich stelle mir vor, sozusagen als „performativen Akt der Science-Fiction“, dass es sich nicht um irgendeinen Knochen handelt, sondern um einen ganz besonderen, den „Ishango-Knochen“. Der ist eine zirka zehn Zentimeter lange Versteinerung, die in den 1950er-Jahren in Zentralafrika gefunden wurde, am Ishango-See im Kongo, nahe der Grenze zu Uganda. Der Knochen stammt aus einer Siedlung am Rande des Sees, die in einem Vulkanausbruch verschüttet wurde, einer Art vorzeitlichem Pompeji. Nach modernen Radiokarbon-Datierungen ist er ungefähr 22 000 Jahre alt. Er wird heute im Naturhistorischen Museum in Brüssel verwahrt. Warum ist er so aufregend? Der Knochen weist Kerbungen auf, in kleinen Gruppen, die in drei Reihen angeordnet sind. In einer der drei Reihen finden sich Gruppen mit 9, 11, 19 und 21 Kerben (insgesamt also 60 Kerben), in einer anderen Reihe 11, 13, 17 und 19 Kerben: die Primzahlen zwischen zehn und zwanzig, wieder mit der Summe 60.

Warum tauchen hier gerade diese Primzahlen auf? Vielleicht ergaben sich 11, 13, 17, 19 auch nur – beim Rechnen in einem Sechssystem – als Vielfaches von sechs plus/minus eins. Und das sind „zufällig“ gerade die Primzahlen? Ich weiß es nicht, niemand weiß das. Aber offenbar spielte jemand zu Zeiten, als die Menschen am Ishango-See noch keine Schrift besaßen, ja lange vor den Anfängen von Schrift überhaupt, mit Zahlen, und er – oder sie – stieß auf Primzahlen, die Atome der Arithmetik! Diese Entdeckung, die Primzahlenreihe auf dem Ishango-Knochen, ist das älteste bekannte Zeugnis mathematischer Kultur. Es zeigt Primzahlen, die damals niemand verstehen konnte, über die wir heute sehr viel mehr wissen, die wir aber immer noch nicht vollständig begreifen. Eines der größten Rätsel der Mathematik, die sogenannte Riemannsche Vermutung, betrifft die Verteilung der Primzahlen.

Dem Klischee des zerstreuten Mathematikprofessors gleicht kaum jemand weniger als **Günter M. Ziegler**. Mit seinen blondierten Haaren wirkt der Präsident der deutschen Mathematiker-Vereinigung alles andere als verstaubt. Und wer mit ihm spricht, lernt einen freundlichen und aufgeschlossenen Forscher kennen. Geboren wurde Ziegler 1963 in München. Seine Begabung – oder besser: Bestimmung – zeigte sich schon früh: Zweimal gewann er beim Bundeswettbewerb Mathematik, wurde Sieger bei „Jugend forscht“; 1981 errang er bei der Internationalen Mathematik-Olympiade die Goldmedaille. Ziegler studierte Mathematik und Physik in München und am Massachusetts Institute of Technology (MIT), an dem er 1987 promovierte. Nach einem Forschungsjahr in Schweden habilitierte er an der Technischen Universität Berlin;



seit 1995 arbeitet er dort als Professor für Mathematik; seine Schwerpunkte liegen in der **diskreten Geometrie und der Topologie diskreter Strukturen** sowie in dem, was „lineare und diskrete Optimierung“ genannt wird. Kurz: Er ist in der reinen Mathematik ebenso zu Hause wie in der angewandten. Als er 2001 den **Gottfried-Wilhelm-Leibniz-Preis** erhielt, war er der jüngste Forscher, dem je die höchste deutsche wissenschaftliche Auszeichnung verliehen wurde. Ziegler ist nicht nur ein Mann, der die Welt der Zahlen kennt; er kann auch verständlich darüber sprechen und schreiben: 2008, im Jahr der Mathematik, dessen wissenschaftliches Programm er leitet, wurde ihm dafür der Communicator-Preis zugesprochen. Auch wenn dieses Jahr bald zu Ende geht: Ziegler wird nicht aufhören, für die Mathematik zu werben. **hjn**

# Was die Welt zusammenhält

**MATHEMATIK** Das Jahr der Zahlen geht zu Ende:

Leibniz-Preisträger Günter M. Ziegler schreibt über Kerben auf Knochen, den Aufbruch ins Unbekannte und die kreative Phantasie der Science-Fiction

Von Günter M. Ziegler

2. Die Raumstation: Während die Primzahlen auf dem Ishango-Knochen wohl nur *zufällig* Primzahlen waren, tauchen Primzahlen nach dem Schnitt in der Raumfahrt *notwendigerweise* immer wieder auf – als Bestandteil der Kommunikationstechnik; diese nimmt das Rauschen aus der Leitung und ermöglicht eine fehlerfreie Kommunikation über Millionen von Kilometern.

In dem Film „2001: Odyssee im Weltraum“ geht es um ein Langstrecken-Raumerschiff auf dem Weg zum Jupiter, dessen Bordcomputer zu viel „künstliche Intelligenz“ zeigt. Das führt zu Problemen; es gibt Tote. In der Wirklichkeit haben die Raumsonden Voyager 1 und 2 bereits 1979 den Jupiter passiert und Bilder fotografiert, die nur deshalb so spektakulär bei uns ankamen, weil die völlig veräuschten Daten mit Methoden der Kodierungstheorie rekonstruiert werden konnten, die wiederum auf der Arithmetik von Primzahlen und sogenannten „endlichen Körpern“ beruht. Die digitale Kommunikation im Weltall wie auch im heutigen Leben, im Internet und im Mobilfunk, braucht Mathematik, braucht Primzahlen.

Springen wir in die noch fernere Science-Fiction-Zukunft: In dem Roman „Contact“ des amerikanischen Astrophysikers Carl Sagan – 1997 mit Jodie Foster verfilmt – wird ein Signal aufgefan-

gen, das offenbar von Außerirdischen stammt. Es enthält, verschlüsselt, die Primzahlen-Folge 2, 3, 5 ... 89, 97, 101, 103. Warum aber schicken die Außerirdischen uns Primzahlen und nicht ein Goethe-Zitat, um sich als intelligent auszuweisen? Weil Primzahlen der universellen Sprache der Mathematik entstammen und einen Schlüssel bilden zu dem, was die Welt im Innersten zusammenhält.

3. Der große Wurf: Der berühmte Filmschnitt in „2001“ trennt den Knochen und die Raumstation, die ohne Primzahlen orientierungslos dahintreiben würde. Der Knochen und die Raumstation aber sind nicht nur durch einen spektakulären Schnitt getrennt, sondern auch durch einen „großen Wurf“, einen Parabelbogen verbunden.

**Hundert Millionen Stellen**

Wissen Sie, wie man einen solchen Wurf nachrechnet? Was ist eigentlich eine Parabel, warum fliegt der Knochen so ungefähr auf dieser Bahn? Wie stellt man die Gleichung dafür auf? Natürlich steckt auch in der Flugbahn Mathematik – nicht nur in der des Knochens, sondern auch in der jeder Raumstation, in den Flugbahnen von Satelliten und Raumfähren. Die Mathematik der Flugbahnen von Raumfähren ist definitiv Hightech, die Mathematik des Werfens und Springens ist aller-

dings unser Alltag. Die Mathematik der Parabelbahn, ist uns die auch „zu hoch“? Ist uns der Wurf zu hoch, oder trauen wir uns zu, da hochzuliegen? Das ist in der Tat eine Frage des Selbstbewusstseins! Der Slogan „Du kannst mehr Mathe, als du denkst!“, der auf den Postern des Mathematikjahres steht, gilt auch für Erwachsene.

Wenn in der langen Kulturgeschichte des menschlichen Scheiterns einmal wieder ein „großer Wurf“ danebengeht, liegt das oft an der Mathematik, am Geld oder am Selbstbewusstsein. Früher fehlte die Mathematik; so heißt es im offiziellen Kunstreiseführer der „Straße der Romantik“ in Sachsen-Anhalt: „Immer wieder kam es, vor allem in der Frühromantik, zu folgenschweren Fehlern bei der Umsetzung der Baupläne. Ein beeindruckendes Beispiel dafür ist die Gernroder Stiftskirche, wo der aufmerksame Betrachter wenig Paralleles und Exaktes vorfindet. Aus Angst vor Unfällen und Einstürzen (die nicht selten waren!) baute man damals mangels statischer Kenntnisse auch häufig viel zu dicke Mauern.“

Auf die fehlende Mathematik folgte das fehlende Geld. In meiner Heimatstadt München steht ein gotischer Dom, dessen Spitztürme aus Geldmangel provisorisch durch Kuppelhauben ersetzt wurden. Aber auch in Berlin steht eine neue „Kathedrale der Technik“, deren Glas-

dach an zwei Enden gekappt wurde, so dass die Passagiere der ersten Klasse bei Regen im Regen stehen. Angeblich aus Zeitmangel, vielleicht aber lag der Grund eher in dem zu großen oder zu kleinen Selbstbewusstsein einiger Protagonisten.

Über die Ästhetik von Bauwerken kann man streiten; Geld ist immer ein Problem, doch es stimmt traurig, wenn wir sagen müssen: Bauwerke, wie sie damals geschaffen wurden, kann heute keiner mehr errichten. Noch trauriger ist es, wenn wir uns nicht mehr *zutrauen* zu verstehen, wie eine Kathedrale gebaut oder ihre Statik berechnet wird; so geht eine Menschheits-Kulturleistung verloren.

Das gilt nicht nur für die Statik von Kathedralen, sondern auch für die Arithmetik der Primzahlen! Wir sollten, je nach Neigung, traurig oder entsetzt sein über alle, die im Anblick der Primzahlen erklären „das ist mir zu hoch“! Sind wir noch selbstbewusst genug, uns den Überlegungen der „mathematischen Klassik“ zu nähern? Denken wir an Leonhard Euler: 1732, als 25-Jähriger, untersuchte er die „Fermat-Primzahlen“ und entdeckte, dass die sechste, die zehnstellige Zahl  $2^{32} + 1 = 4294\ 967\ 297$ , gar keine Primzahl ist, weil sie durch 641 teilbar ist. Das müssen wir nicht auf Anhieb *sehen* – aber trauen wir uns zumindest zu, dass wir *verstehen*, was das heißt, dass wir begreifen, wie man es nachrechnen könnte?

Oder denken wir an Carl Friedrich Gauß, der die Ausgleichsrechnung miterfand und weiterentwickelte: Damit trug er zur Vermessung der Welt bei und griff buchstäblich nach den Sternen: Die von ihm vorhergesagte Wiederentdeckung des Planetoiden Ceres im Dezember 1801 machte Gauß weltberühmt. Seine Leistung bestand nicht nur in einer schwierigen Rechnung, sondern darin, dass er die Theorie dazu gleich mitentwickelte. Seine astronomischen Berechnungen erweisen sich als klassisches *per aspera ad astra*.

Doch die Schwierigkeiten haben Gauß nicht abgehalten, und sie sollten auch uns nicht abhalten, Mathematik zu studieren. Was Gauß entwickelte, die „Methode der kleinsten Quadrate“, ist heute einfaches, wichtiges und verstehbares Handwerkszeug. Es gehört zur Bildung, es zumindest zu kennen, auch weil man ansonsten die Ausgleichsgeraden in den Statistiken unserer Tageszeitungen nicht bewerten kann. Mathematik ist schwierig! Leider! Doch das sollten wir mit Stolz sagen und sie trotzdem studieren.

Wir wissen heute sehr viel mehr über Primzahlen als die Siedler am Ishango-See oder auch als Euler und Gauß. Der „Große Primzahlsatz“, den Gauß vermutete, ist längst bewiesen, nicht aber die genauere Version, die wir als „Riemannsche Vermutung“ kennen. Auf ihren Beweis hat die Clay Foundation ein Preisgeld von einer Million Dollar ausgesetzt, und die „Electronic Frontier Foundation“ in San Francisco bietet 150 000 Dollar für eine Primzahl mit mehr als 100 Millionen Stellen. Die gibt es, das wissen wir; mit der heutigen Mathematik ließe sie sich auch recht einfach überprüfen. Der bisherige Rekord ist eine Primzahl mit fast 13 Millionen Stellen, gefunden im August 2008. Wer findet die nächste?

**Urzeit im Weltall**

Im globalen Wettbewerb der Mathematik wurde Deutschland über mehrere Jahrzehnte fast unbestrittener Marktführer – bis 1933. Eine von Moritz Epple konzipierte Wanderausstellung dokumentiert den beeindruckenden Beitrag, den jüdische Mathematikerinnen und Mathematiker dazu leisteten – und wie verheerend ihre Vertreibung, Verfolgung und Ermordung für die deutschsprachige akademische Kultur war. Nach dem Zweiten Weltkrieg brachte die Mathematik in Deutschland Jahrzehnte, um zurück zu Größe zu finden. Inzwischen ist sie wieder erstklassig, und sie kann deutsches Hightech befeuern.

Entsprechend sollten wir auch die deutschen Rekordbrecher und Rekordhalter kennen und feiern. Jeder kennt Lars Riedel, den Diskuswerfer, der seinen Diskus auf bemerkenswerte Parabelbahnen schleudern konnte. Aber wer kennt etwa Professor Jens Franke von der Universität Bonn, der mit seinem Team im November 2005 eine Zahl mit 193 Stellen in ihre zwei Primfaktoren zerlegt hat – und für die Lösung dieses „RSA-640“ benannten Problems ein Preisgeld von 20 000 Dollar kassierte? Für viele klingt das wie eine Kuriosität, auch wenn es keine ist; nicht ohne Grund beschäftigt die National Security Agency der USA Hunderte von exzellenten Zahlentheoretikern.

Bekanntlich steckt Musik in der Mathematik, besonders in den Primzahlen – und in der Musik steckt Mathematik. Das liegt auch an deutschem Hightech. Das MP3-Format für Audiodateien, das etwa den Siegeszug der iPods erst ermöglichte, stammt aus einem Fraunhofer-Institut in Erlangen. Also können wir auch beim Musikhören gelegentlich an die Mathematik denken, wenn sie auch so gut versteckt ist wie im Online-Banking oder im Handy. Man muss keine Mathematik machen, um diese Maschinen zu bedienen, doch es lohnt sich, den Bogen der mathematischen Kulturgeschichte zu verfolgen, von den Kerben auf einem Knochen bis hin zu den Primzahlrekorden, der Musik und den iPods. Am Ende überholt die Realität auch die kühnsten Phantasien: Mit dem „Ishango-Projekt“ soll 2009 der Ishango-Knochen tatsächlich an Bord der internationalen Raumstation ISS schwerelos im Raum schweben – als materielle Verbindung zwischen Urzeit und Raumfahrt und als ein Gruß an die mathematische Poesie der Science-Fiction.

**Günter M. Zieglers Essay** ist die für den RM überarbeitete Fassung eines Textes, der kommende Woche in der Zeitschrift „Gegenworte – Hefie für den Disput über Wissen“ erscheint (Nr. 20: „Visualisierung oder Vision? Bilder (in) der Wissenschaft“, herausgegeben von der Berlin-Brandenburgischen Akademie der Wissenschaften. Akademie Verlag Berlin, 88 Seiten, 9 Euro).

**Lesetipps: Birgit Bergmann, Moritz Epple (Hrsg.): Jüdische Mathematiker in der deutschsprachigen akademischen Kultur. Springer Verlag, Heidelberg 2008.**  
**Jean de Heintzelin: Ishango. In: Scientific American 206 (1962), Seiten 105–116.**  
**Marcus du Sautoy: Die Musik der Primzahlen: Auf den Spuren des größten Rätsels der Mathematik. Verlag C. H. Beck, München 2004.**  
**Martin Aigner, Günter M. Ziegler: Das Buch der Beweise. Springer Verlag, Heidelberg 2004.**



**Zeitreise:** Seit Jahrzehnten gehören On Kawaras Datumbilder zu den mysteriösen Konstanten der Kunst. Ein Tag, ein Datum, ein Bild: Candida Höfer antwortet dem Werk des Japaners mit einem faszinierenden und überzeugenden seriellen Konzept. Die einstige Schülerin Bernd Bechers sucht Kawaras Bilder in den Räumen seiner Sammler auf. Höfers Reise durch Europa, nach Amerika und Japan legt die ganze Melancholie dieses einzigartigen Œuvres frei. Unsere Abbildung zeigt einen Blick in eine Privatsammlung in Hiroshima (Candida Höfer: On Kawara: Date Paintings in Private Collections. Verlag der Buchhandlung Walther König, Köln 2008, 256 Seiten, 68 Euro). **hjn**

FOTO: SANDRO MOSTI/SCOP