Einsatz von Theorembeweisern in der Lehre[1]

Christoph Benzmüller, Alexander Steen, Max Wisniewski

FB Mathematik und Informatik, Freie Universität Berlin

[1] Unterstützt durch DFG BE 2501/9-1/2 (Heisenberg Stip.) und BE 2501/11-1 (Sachbeihilfe Leo-III)

Bedeutung und Einsatzgebiete

- Grundlage für Rationales Argumentieren in allen Disziplinen

  Logisches Denken ist *„eines der grundlegenden Instrumente des kritischen Denkens und eine Basis des Argumentierens"* [Kruse 2010].

- Logik in der Philosophie
- Logik in der Mathematik
- Logik in der Informatik
- Logik in der Künstlichen Intelligenz und der Computerlinguistik

Und dennoch:

- Ungückliche Randstellung in all diesen Bereichen (trotz Industrienachfrage und wandelndem Beweisbegriff in Mathematik)

Vorlesung: Komputationale Metaphysik (Lehrpreis der FU Berlin)

- Interdisziplinär: Informatik, Philosophie, Mathematik, (sogar Physik)
- Massive Einbindung von

  Interaktiven und Automatischen Theorembeweisern

Bedeutung und Einsatzgebiete

- Grundlage für Rationales Argumentieren in allen Disziplinen

  Logisches Denken ist *„eines der grundlegenden Instrumente des kritischen Denkens und eine Basis des Argumentierens"* [Kruse 2010].

- Logik in der Philosophie
- Logik in der Mathematik
- Logik in der Informatik
- Logik in der Künstlichen Intelligenz und der Computerlinguistik

Und dennoch:

- Ungückliche Randstellung in all diesen Bereichen (trotz Industrienachfrage und wandelndem Beweisbegriff in Mathematik)

Vorlesung: Komputationale Metaphysik (Lehrpreis der FU Berlin)

- Interdisziplinär: Informatik, Philosophie, Mathematik, (sogar Physik)
- Massive Einbindung von

  Interaktiven und Automatischen Theorembeweisern

Bedeutung und Einsatzgebiete

- Grundlage für Rationales Argumentieren in allen Disziplinen

  Logisches Denken ist *„eines der grundlegenden Instrumente des kritischen Denkens und eine Basis des Argumentierens"* [Kruse 2010].

- Logik in der Philosophie
- Logik in der Mathematik
- Logik in der Informatik
- Logik in der Künstlichen Intelligenz und der Computerlinguistik

Und dennoch:

- Ungückliche Randstellung in all diesen Bereichen (trotz Industrienachfrage und wandelndem Beweisbegriff in Mathematik)

Vorlesung: Komputationale Metaphysik (Lehrpreis der FU Berlin)

- Interdisziplinär: Informatik, Philosophie, Mathematik, (sogar Physik)
- Massive Einbindung von

  Interaktiven und Automatischen Theorembeweisern

Kombination und Ausnutzung folgender Bausteine

1. Enorme, aktuelle Verbesserungen im interaktiven und automatischen Beweisen
2. Eigener, flexibler & leistungsfähiger Ansatz zur Mechanisierung unterschiedlicher Logikformalismen (mittels flacher semantischer Einbettung)
3. Interessante, motivierende und didaktisch geeignete Anwendungsdomäne: Metaphysik
   (Fokus: Verifikation/Widerlegung ontologischer Gottesbeweise)
4. Dialogische (formale) Analyse philosophischer Argumente mithilfe von Theorembeweisern: Komputationale Metaphysik

Diese Reihung entspricht der Struktur meines Vortrags

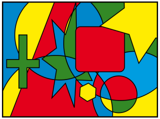
Kombination und Ausnutzung folgender Bausteine

1. Enorme, aktuelle Verbesserungen im interaktiven und automatischen Beweisen
2. Eigener, flexibler & leistungsfähiger Ansatz zur Mechanisierung unterschiedlicher Logikformalismen (mittels flacher semantischer Einbettung)
3. Interessante, motivierende und didaktisch geeignete Anwendungsdomäne: Metaphysik
   (Fokus: Verifikation/Widerlegung ontologischer Gottesbeweise)
4. Dialogische (formale) Analyse philosophischer Argumente mithilfe von Theorembeweisern: Komputationale Metaphysik

Diese Reihung entspricht der Struktur meines Vortrags

- Beweis des *Vierfarben-Theorems*

  [Appel&Haken, 1976] [Gonthier, 2005]



- Beweis von *Kepler's Vermutung* (Flyspeck project) [Hales et al., 2014]

- Formale Analyse von (Varianten von) *Gödel's Ontologischem Gottesbeweis*

  [Benzmüller&Woltzenlogel-Paleo, IJCAI 2016, ECAI 2014]

Freie Universität Berlin

Automatisches Theorembeweisen

- sehr gute Verbesserungen in vielen Einzelbereichen: SAT, SMT, Logik erster Stufe, Logik höherer Stufe
- Fortschritte bei Theorembeweisen und Modellgenerierung

Interaktives Theorembeweisen

- intuitive Interaktion, deklarative Beweisstrukturierungssprachen
- intuitive Beweistaktiken
- Graphische Benutzerschnittstellen
- Bibliotheken an formalisiertem Wissen

Integration von Interaktivem und Automatischem Theorembeweisen

- Demo: Isabelle/HOL (`https://isabelle.in.tum.de`)

Automatisches Theorembeweisen

- sehr gute Verbesserungen in vielen Einzelbereichen:
  SAT, SMT, Logik erster Stufe, Logik höherer Stufe
- Fortschritte bei Theorembeweisen und Modellgenerierung

Interaktives Theorembeweisen

- intuitive Interaktion, deklarative Beweisstrukturierungssprachen
- intuitive Beweistaktiken
- Graphische Benutzerschnittstellen
- Bibliotheken an formalisiertem Wissen

Integration von Interaktivem und Automatischem Theorembeweisen

- Demo: Isabelle/HOL (`https://isabelle.in.tum.de`)

Automatisches Theorembeweisen

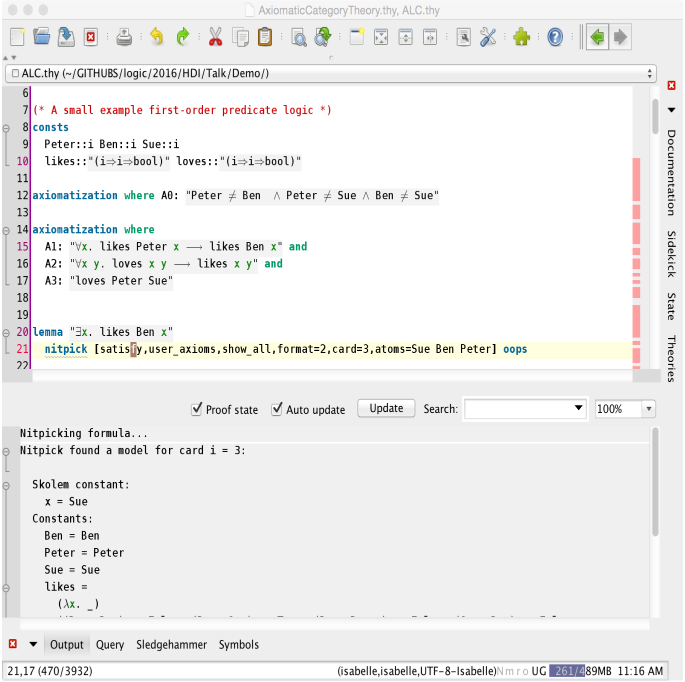
- sehr gute Verbesserungen in vielen Einzelbereichen:
  SAT, SMT, Logik erster Stufe, Logik höherer Stufe
- Fortschritte bei Theorembeweisen und Modellgenerierung

Interaktives Theorembeweisen

- intuitive Interaktion, deklarative Beweisstrukturierungssprachen
- intuitive Beweistaktiken
- Graphische Benutzerschnittstellen
- Bibliotheken an formalisiertem Wissen

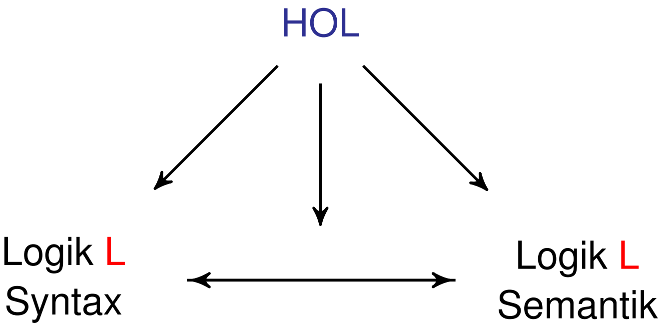
Integration von Interaktivem und Automatischem Theorembeweisen

- Demo: Isabelle/HOL (`https://isabelle.in.tum.de`)


AxiomaticCategoryTheory.thy, ALC.thy
ALC.thy (~/GITHUBS/logic/2016/HDI/Talk/Demo/)
(* A small example first-order predicate logic *)
consts
Peter::i Ben::i Sue::i
likes::"(i⇒i⇒bool)" loves::"(i⇒i⇒bool)"
axiomatization where A0: "Peter ≠ Ben ∧ Peter ≠ Sue ∧ Ben ≠ Sue"
axiomatization where
A1: "∀x. likes Peter x ⟶ likes Ben x" and
A2: "∀x y. loves x y ⟶ likes x y" and
A3: "loves Peter Sue"
lemma "∃x. likes Ben x"
nitpick [satisfy,user_axioms,show_all,format=2,card=3,atoms=Sue Ben Peter] oops
Documentation
Sidekick
State
Theories
Proof state
Auto update
Update
Search:
100%
Nitpicking formula...
Nitpick found a model for card i = 3:
Skolem constant:
x = Sue
Constants:
Ben = Ben
Peter = Peter
Sue = Sue
likes =
(λx. _)
Output
Query
Sledgehammer
Symbols
21,17 (470/3932)
(isabelle,isabelle,UTF-8-Isabelle)
261/489MB 11:16 AM

Flexible Mechanisierung unterschiedlicher Logikformalismen

Semantische Einbettung in Meta-Logik HOL (Klassische Logik höherer Stufe)



Beispiele für Logik L:

Modal Logics, Conditional Logics, Intuitionistic Logics, Access Control Logics, Nominal Logics, Multivalued Logics (SIXTEEN), Description Logics, Logics based on Neighborhood Semantics, (Mathematical) Fuzzy Logics, Paraconsistent Logics, . . .

Auch Quantoren können elegant eingebettet werden!

Freie Universität Berlin

AxiomaticCategoryTheory.thy, ALC.thy

ALC.thy (~/GITHUBS/logic/2016/HDI/Talk/Demo/)

```
(* Standard Description Logic ALC: Syntax und Semantic *)
abbreviation empty_concept ("⊥") where
  "⊥ ≡ λx. False"
abbreviation universal_concept ("⊤") where
  "⊤ ≡ λx. True"
abbreviation negation ("∼") where
  "∼A ≡ λx. ¬A(x)"
abbreviation disjunction (infixr "⊔" 40) where
  "A ⊔ B ≡ λx. A(x) ∨ B(x)"
abbreviation conjunction (infixr "⊓" 41) where
  "A ⊓ B ≡ λx. A(x) ∧ B(x)"
abbreviation existential_role_restriction ("∃") where
  "∃r A ≡ λx.∃y. r x y ∧ A(y)"
abbreviation universal_role_restriction ("∀") where
  "∀r A ≡ λx.∀y. r x y ⟶ A(y)"

abbreviation subsumtion  (infixr "⊑" 39) where
  "A⊑B ≡ ∀x. A(x) ⟶ B(x)"
abbreviation equality (infixr "≐" 38) where
  "A ≐ B ≡ A ⊑ B ∧ B ⊑ A"

(* ALC: Simple Meta-Theory Examples *)
 lemma L1: "⊤ ≐ ∼⊥"                      by metis
 lemma L2: "A⊓B ≐ ∼(∼A⊔∼B)"              by metis
```

Proof state Auto update Update Search: 100%

```
consts
  universal_role_restriction :: "('a ⇒ 'b ⇒ bool) ⇒ ('b ⇒ bool) ⇒ 'a ⇒ bool"
```

Output Query Sledgehammer Symbols

45,25 (1209/3891) Input/output complete (isabelle,isabelle,UTF-8-Isabelle)Nmro UG 308/490MB 11:29 AM

Documentation Sidekick State Theories

Anwendungsdomäne: Komputationale Metaphysik

Metaphysik: *Grunddisziplin der Philosophie*, die ...

... über das *Wesen alles Seienden* reflektiert

... versucht, die Grenzen der erfahrbaren Wirklichkeit zu überwinden

Flammarions Holzstich – in L'atmosphère, Paris 1888.

Sucht Antworten auf *letzte Fragen*:

- Warum gibt es Seiendes?
- Was ist das Sein des Seienden?
- Was kann ich wissen?
- Ursprung/Sinn unserer Existenz?
- Gibt es einen Gott?
- usw.

Methode: Rationales Argumentieren

Anwendungsdomäne: Komputationale Metaphysik

Metaphysik: *Grunddisziplin der Philosophie*, die ...

... über das *Wesen alles Seienden* reflektiert

... versucht, die Grenzen der erfahrbaren Wirklichkeit zu überwinden

Flammarions Holzstich – in L'atmosphère, Paris 1888.

Sucht Antworten auf *letzte Fragen*:

- Warum gibt es Seiendes?
- **Was ist das Sein des Seienden?**
- Was kann ich wissen?
- Ursprung/Sinn unserer Existenz?
- **Gibt es einen Gott?**
- usw.

Methode: **Rationales Argumentieren**

Anwendungsdomäne: Komputationale Metaphysik

Freie Universität Berlin

Metaphysik: *Grunddisziplin der Philosophie*, die ...

... über das *Wesen alles Seienden* reflektiert

... versucht, die Grenzen der erfahrbaren Wirklichkeit zu überwinden

Flammarions Holzstich – in L'atmosphère, Paris 1888.

Sucht Antworten auf *letzte Fragen*:

- Warum gibt es Seiendes?
- **Was ist das Sein des Seienden?**
- Was kann ich wissen?
- Ursprung/Sinn unserer Existenz?
- **Gibt es einen Gott?**
- usw.

Methode: **Rationales Argumentieren**

Komputationale Metaphysik:

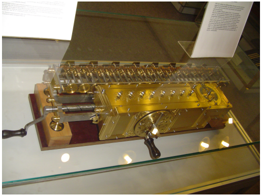
Im **Leibniz-Jahr 2016** (300 Jahre nach dem Tod des Universalgenies) lassen wir uns diesen Begriff durch Gottfried Wilhelm Leibniz selbst erklären: ***Calculemus!***

Anwendungsdomäne: Komputationale Metaphysik

Leibniz' Vision: *Calculemus!*

"Quo facto, quando orientur controversiae, non magis disputatione opus erit inter duos philosophos, quam inter duos Computistas. Sufficiet enim calamos in manus sumere sedereque ad abacos, et sibi mutuo . . . dicere: calculemus." *(Leibniz, 1684)*

Leibniz (1646–1716)

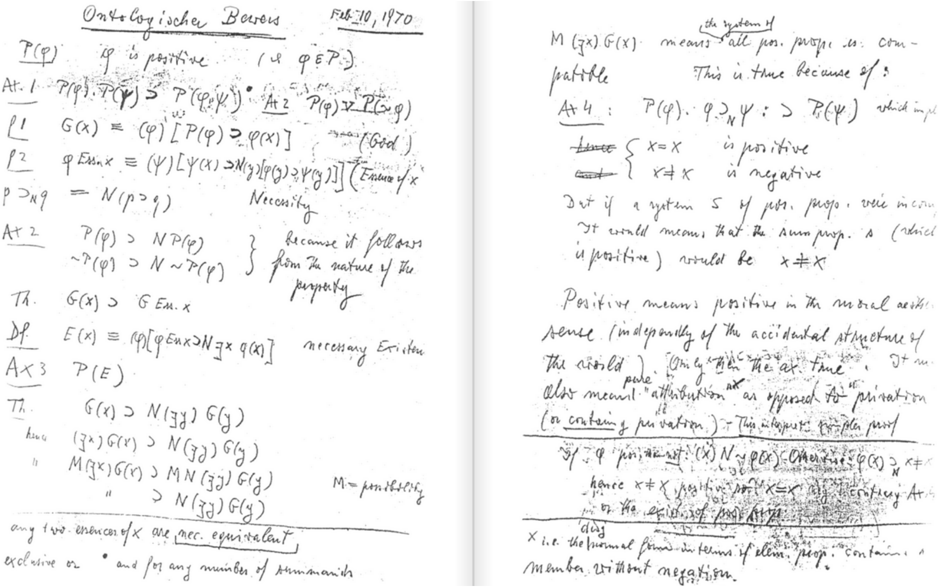


Rechenmaschine

Streitende Philosophen klären Disput durch Formalisierung und mechanische Beweisführung

Anwendungsdomäne: Komputationale Metaphysik

Gödel's Manuscript: 1930's, 1941, 1946-1955, 1970


Ontologischer Beweis Feb 10, 1970

$P(\varphi)$ φ is positive ($\Leftrightarrow \varphi \in P$)

At. 1 $P(\varphi).P(\psi) \supset P(\varphi.\psi)$ At 2 $P(\varphi) \vee P(\sim\varphi)$

Df 1 $G(x) \equiv (\varphi)[P(\varphi) \supset \varphi(x)]$ (God)

Df 2 $\varphi \text{ Ess. } x \equiv (\psi)[\psi(x) \supset N(y)[\varphi(y) \supset \psi(y)]]$ (Essence of x)

$p \supset_N q = N(p \supset q)$ Necessity

At 2 $P(\varphi) \supset NP(\varphi)$, $\sim P(\varphi) \supset N\sim P(\varphi)$ } because it follows from the nature of the property

Th. $G(x) \supset G \text{ Ess. } x$

Df. $E(x) \equiv (\varphi)[\varphi \text{ Ess } x \supset N\,\exists x\, \varphi(x)]$ necessary Existence

Ax 3 $P(E)$

Th. $G(x) \supset N(\exists y)\, G(y)$

hence $(\exists x)\, G(x) \supset N(\exists y)\, G(y)$

" $M(\exists x)\, G(x) \supset MN(\exists y)\, G(y)$ M = possibility

" $\supset N(\exists y)\, G(y)$

any two essences of x are nec. equivalent

exclusive or * and for any number of summands

$M(\exists x)\, G(x)$ means the system of all pos. prop. is compatible. This is true because of:

At 4: $P(\varphi).\varphi \supset_N \psi : \supset P(\psi)$ which impl

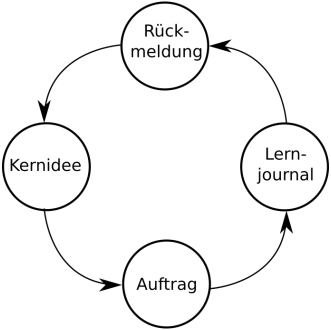
$x = x$ is positive, $x \neq x$ is negative

But if a system S of pos. props. were incom[patible] it would mean that the sum prop. s (which is positive) would be $x \neq x$

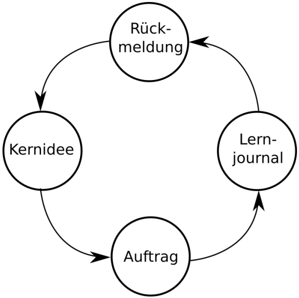
Positive means positive in the moral aesth[etic] sense (independently of the accidental structure of the world). Only then the ax. true. It m[ay] also mean pure "attribution"* as opposed to "privation" (or containing privation). This interpret. [illegible] proof

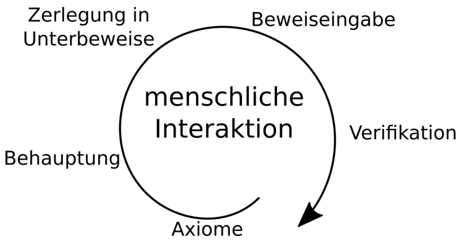
If φ pos. not: $(x)\, N\sim\varphi(x)$. Otherwise: $\varphi(x) \supset_N x \neq x$ hence $x \neq x$ positive so $x = x$ neg. contrary At [illegible] or the existence of pos. [illegible]

* i.e. the normal form in terms of elem. prop. contains a member without negation.



Kernidee	• Skizziert unbekanntes Themenfeld • Einstiegspunkt zum selbstständigen Lernen
Auftrag	• Für alle erfüllbar • Verschiedene Bearbeitungswege und -tiefen
Lernjournal	• Chronologischer Lernfortschritt des Lernenden • Nachweis der intensiven Bearbeitung eines Auftrags
Rückmeldung	• Individuelle Auseinandersetzung • ”Autografensammlung” (neues Lehrangebot)





Dialogisches Lernen $\longleftrightarrow$ Interaktives Theorembeweisen

- Implementierung mit Hilfe von interaktiven Theorembeweisern
- Intrinsische Analogien beider Konzepte
  - Kontinuierliche Interaktion mit dem System
  - Unterstützung multipler Lösungswege
  - Detaillierte Rückmeldung über Teilschritte
  - Automatische Dokumentation der Lösung

Dialogische Analyse von Philosophischen Argumenten

Beispiel aus der Vorlesung (Demo)

Axiom A1 Entweder eine Eigenschaft oder ihre Negation ist positiv: $\forall \phi.\ P(\neg\phi) \leftrightarrow \neg P(\phi)$

Axiom A2 Eine Eigenschaft, die notwendigerweise durch eine positive Eigenschaft impliziert wird, ist positiv: $\forall \phi. \forall \psi.\ (P(\phi) \wedge \Box \forall x.\ \phi(x) \rightarrow \psi(x)) \rightarrow P(\psi)$

Theorem T1 Positive Eigenschaften kommen möglicherweise einer existenten Entität zu: $\forall \phi.\ P(\phi) \rightarrow \Diamond \exists x. \phi(x)$

Definition D1 Eine *gottähnliche Entität* besitzt alle positiven Eigenschaften: $G(x) = \forall \phi.\ P(\phi) \rightarrow \phi(x)$

Axiom A3 Die Eigenschaft, gottähnlich zu sein, ist positiv: $P(G)$

Korollar C Möglicherweise existiert Gott $\Diamond \exists x. G(x)$

Axiom A4 Positive Eigenschaften sind notwendigerweise positiv: $\forall \phi.\ P(\phi) \rightarrow \Box P(\phi)$

Definition D2 Eine Eigenschaft ist *Essenz* einer Entität, falls sie der Entität zukommt und notwendigerweise alle Eigenschaften der Entität impliziert: $\phi\ ess\ x = \phi(x) \wedge (\forall \psi.\ \psi(x) \rightarrow \Box \forall y.\ \phi(y) \rightarrow \psi(y))$

Theorem T2 Gottähnlichkeit ist Essenz jeder gottähnlichen Entität: $\forall x.\ G(x) \rightarrow G\ ess\ x$

Definition D3 Eine Entität *existiert notwendigerweise*, wenn all ihre Essenzen notwendigerweise in einer existenten Entität realisiert sind: $NE(x) = \forall \phi.\ \phi\ ess\ x \rightarrow \Box \exists y. \phi(y)$

Axiom A5 Notwendigerweise zu existieren ist eine positive Eigenschaft: $P(NE)$

Theorem T3 Gott existiert notwendigerweise: $\Box \exists x. G(x)$

Axiom A1 $\forall \phi.\ P(\neg \phi) \leftrightarrow \neg P(\phi)$

Axiom A2

$$\forall \phi. \forall \psi.\ (P(\phi) \wedge \Box \forall x.\ \phi(x) \rightarrow \psi(x)) \rightarrow P(\psi)$$

Theorem T1

$$\forall \phi.\ P(\phi) \rightarrow \Diamond \exists x. \phi(x)$$

Definition D1

$$G(x) = \forall \phi.\ P(\phi) \rightarrow \phi(x)$$

Axiom A3 $P(G)$

Korollar C $\Diamond \exists x. G(x)$

Axiom A4 $\forall \phi.\ P(\phi) \rightarrow \Box P(\phi)$

Definition D2

$$\phi \ ess \ x = \phi(x) \wedge (\forall \psi.\ \psi(x) \rightarrow \Box \forall y.\ \phi(y) \rightarrow \psi(y))$$

Theorem T2 $\forall x.\ G(x) \rightarrow G \ ess \ x$

Definition D3

$$NE(x) = \forall \phi.\ \phi \ ess \ x \rightarrow \Box \exists y. \phi(y)$$

Axiom A5 $P(NE)$

Theorem T3 $\Box \exists x. G(x)$

Axiom A1 $\forall \phi.\ P(\neg \phi) \leftrightarrow \neg P(\phi)$

Axiom A2

$$\forall \phi . \forall \psi.\ (P(\phi) \wedge \Box \forall x.\ \phi(x) \rightarrow \psi(x)) \rightarrow P(\psi)$$

Theorem T1

Definition D1

$$G(x) = \forall \phi.\ P(\phi) \rightarrow \phi(x)$$

Axiom A3 $P(G)$

Korollar C

Axiom A4 $\forall \phi.\ P(\phi) \rightarrow \Box P(\phi)$

Definition D2

$$\phi\ ess\ x = \phi(x) \wedge (\forall \psi.\ \psi(x) \rightarrow \Box \forall y.\ \phi(y) \rightarrow \psi(y))$$

Theorem T2

Definition D3

$$NE(x) = \forall \phi.\ \phi\ ess\ x \rightarrow \Box \exists y . \phi(y)$$

Axiom A5 $P(NE)$

Theorem T3 $\Box \exists x . G(x)$

Dialogische Analyse von Philosophischen Argumenten

Beispiel aus der Vorlesung (Demo)

A1: $\forall \phi.\ P(\neg\phi) \leftrightarrow \neg P(\phi)$

A2: $\forall \phi. \forall \psi.\ (P(\phi) \wedge \Box \forall x.\ \phi(x) \rightarrow \psi(x)) \rightarrow P(\psi)$

D1: $G(x) = \forall \phi.\ P(\phi) \rightarrow \phi(x)$

A3: $P(G)$

A4: $\forall \phi.\ P(\phi) \rightarrow \Box P(\phi)$

D2: $\phi\ ess\ x = \phi(x) \wedge (\forall \psi.\ \psi(x) \rightarrow \Box \forall y.\ \phi(y) \rightarrow \psi(y))$

D3: $NE(x) = \forall \phi.\ \phi\ ess\ x \rightarrow \Box \exists y. \phi(y)$

A5: $P(NE)$

T3: $\Box \exists x. G(x)$

Dialogische Analyse von Philosophischen Argumenten

Beispiel aus der Vorlesung (Demo)

A1: $\forall\phi.\ P(\neg\phi) \leftrightarrow \neg P(\phi)$

A2: $\forall\phi.\forall\psi.\ (P(\phi) \wedge \Box\forall x.\ \phi(x) \rightarrow \psi(x)) \rightarrow P(\psi)$

D1: $G(x) = \forall\phi.\ P(\phi) \rightarrow \phi(x)$

A3: $P(G)$

A4: $\forall\phi.\ P(\phi) \rightarrow \Box P(\phi)$

D2: $\phi\ ess\ x = \phi(x) \wedge (\forall\psi.\ \psi(x) \rightarrow \Box\forall y.\ \phi(y) \rightarrow \psi(y))$

D3: $NE(x) = \forall\phi.\ \phi\ ess\ x \rightarrow \Box\exists y.\phi(y)$

A5: $P(NE)$

T3: $\Box\exists x.G(x)$

Dialogische Analyse von Philosophischen Argumenten

Beispiel aus der Vorlesung (Demo)

A1: $\forall\phi.\ P(\neg\phi) \leftrightarrow \neg P(\phi)$

A2: $\forall\phi.\forall\psi.\ (P(\phi) \wedge \Box\forall x.\ \phi(x) \rightarrow \psi(x)) \rightarrow P(\psi)$

D1: $G(x) = \forall\phi.\ P(\phi) \rightarrow \phi(x)$

A3: $P(G)$

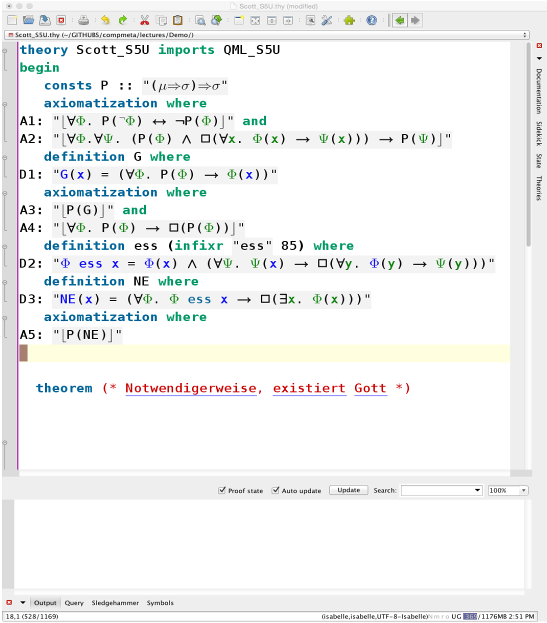
A4: $\forall\phi.\ P(\phi) \rightarrow \Box P(\phi)$

D2: $\phi\ ess\ x = \phi(x) \wedge (\forall\psi.\ \psi(x) \rightarrow \Box\forall y.\ \phi(y) \rightarrow \psi(y))$

D3: $NE(x) = \forall\phi.\ \phi\ ess\ x \rightarrow \Box\exists y.\phi(y)$

A5: $P(NE)$

T3: $\Box\exists x.G(x)$

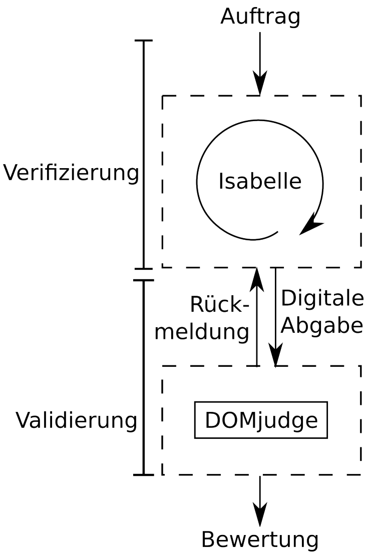


Blended-Learning

- Einsatz ohne weitere Technologie/Programme möglich
- Verifikation von ”Papier&Bleistift”-Lösungen
- Problemspezifische, automatische Rückmeldungen von Isabelle

E-Assessment

- Isabelle kombiniert mit DOMjudge
- Digitale Abgabe von bearbeiteten Aufträgen
- Validierung der Inhalte mittels vom Lehrenden hinterlegten ”Anforderungen”
- Automatische Rückmeldung über Testergebnisse (Bewertung)



Vorlesung Komputationale Metaphysik: Team

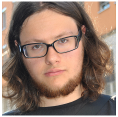
FU Berlin

Christoph
Benzmüller

Alexander Steen

Max Wisniewski

Maximilian Claus



Hans-Jörg Schurr
(TU Wien)

Gastvorlesungen:

Jasmin Blanchette
INRIA Nancy

Edward Zalta
Stanford University

Bruno Woltzenlogel-Paleo
Australian National University

Wolfgang Lenzen
Universität Osnabrück

Freie Universität Berlin

Daten & Fakten

- insgesamt ca. 60 Teilnehmer aus

  Informatik, Philosophie, Mathematik, Physik

  von

  FU Berlin, TU Berlin, Humboldt Universität
- 35 Studenten (BSc, MSc) mit Prüfungsteilnahme
- 10 gemischte Projektgruppen: formale Analyse je einer Publikation aus Philosophie oder Mathematik
- Publikation von Gruppenergebnissen
  (ein Buchbeitrag bereits eingereicht, weitere in Vorbereitung)

Beobachtung & Zusammenfassung

- Hochmotivierte Teilnehmer
- Sehr positive Rückmeldungen von Studenten
- Beeindruckende Lernerfolge
- Einige Projektarbeiten erreichen Publikationsniveau

Daten & Fakten

- insgesamt ca. 60 Teilnehmer aus

  Informatik, Philosophie, Mathematik, Physik

  von

  FU Berlin, TU Berlin, Humboldt Universität
- 35 Studenten (BSc, MSc) mit Prüfungsteilnahme
- 10 gemischte Projektgruppen: formale Analyse je einer Publikation aus Philosophie oder Mathematik
- Publikation von Gruppenergebnissen
  (ein Buchbeitrag bereits eingereicht, weitere in Vorbereitung)

Beobachtung & Zusammenfassung

- Hochmotivierte Teilnehmer
- Sehr positive Rückmeldungen von Studenten
- Beeindruckende Lernerfolge
- Einige Projektarbeiten erreichen Publikationsniveau