

8. Übungsblatt

Abgabe: Mo, 14.1.08

Aufgabe 1 (a) Definiere für $i \geq 2$

$$G^{(i)} := [G^{(i-1)}, G^{(i-1)}].$$

Zeigen Sie, $G^{(i)} \trianglelefteq G$ für jedes i .

(b) Zeigen Sie, G ist genau dann auflösbar, wenn es ein $n \in \mathbf{N}$ gibt so, dass $G^{(n)} = 1$ ist.

Aufgabe 2 (a) Definiere $C_1 := G'$ und für $i \geq 2$

$$C_i := [G, C_{i-1}].$$

Zeigen Sie, dass $C_i \trianglelefteq G$ für jedes i .

(b) Beweisen Sie, dass G genau dann nilpotent ist, wenn es ein $n \in \mathbf{N}$ gibt so, dass $C_n = 1$ ist.

Aufgabe 3 Beweisen Sie: Die Untergruppe H der algebraischen Gruppe G ist genau dann abelsch/nilpotent/auflösbar, wenn \overline{H} es ist.

Hinweis: Benutzen Sie (3.3.7) aus der Vorlesung.

Aufgabe 4 Sei H eine beliebige Untergruppe einer affin algebraischen Gruppe G . Zeigen Sie, dass H nur eine irreduzible Komponente besitzt, die e enthält.