

3. Übungsblatt

Abgabe: Die, 14.11.06 vor der Vorlesung in das Fach von Andrea Wiese

Aufgabe 1 Sei $k \geq 2$ eine natürliche Zahl. Zeigen Sie, daß ein n existiert, so daß für jede Zerlegung der Menge $\{1, \dots, n\}$ in k Klassen $\{A_1, \dots, A_k\}$ ein Tripel x, y, z in einer der Klassen existiert, so daß $x + y = z$ gilt.

Aufgabe 2 Zeigen Sie $N(4, 4; 2) = 18$.
Hinweis: Zeigen Sie, $N(4, 4; 2) > 17$, indem Sie als Ecken die Residuen $0, 1, \dots, 16$ (mod 17) wählen und die Kanten ij mit $i - j \equiv \pm 1, \pm 2, \pm 4, \pm 8 \pmod{17}$ blau färben und die übrigen rot.

Ein geschlossener Weg in einem Graphen G , der alle Ecken von G durchläuft, heißt *Hamiltonsch*. Ein Graph heißt *Hamiltonsch*, falls er einen Hamiltonschen Kreis enthält.

Aufgabe 3 Beweisen Sie: Sei $G = (V, E)$ ein Hamiltonscher Graph und sei $W \subseteq V, W \neq \emptyset$. Dann hat $G \setminus W$ (der Graph, den wir erhalten, wenn wir W und alle Kanten mit Endecke in W entfernen) höchstens $|W|$ Komponenten.

Aufgabe 4 (a) Zeichnen Sie den Petersengraphen, der folgendermaßen definiert ist:
 V ist die Menge der 2-Teilmengen aus $[5]$,
je zwei Ecken $\{i, j\}$ und $\{k, l\}$ sind genau dann verbunden, wenn die beiden 2-Teilmengen disjunkt sind.
(b) Zeigen Sie, daß der Petersengraph nicht Hamiltonsch ist.