

2. Übungsblatt

Abgabe: Die, 7.11.06 in das Fach von Andrea Wiese, Arnimallee 3

Aufgabe 1 Zeigen Sie: Unter 6 Personen gibt es immer 3, die sich alle paarweise kennen oder sich alle paarweise nicht kennen.

Aufgabe 2 Eine Kante e heißt Brücke von $G = (V, E)$, falls G zusammenhängend ist, aber $G \setminus \{e\}$ nicht mehr zusammenhängend ist. Zeigen Sie:

- (a) e ist eine Brücke genau dann, wenn e in keinem Kreis enthalten ist.
- (b) G ist ein Baum genau dann, wenn jede Kante eine Brücke ist.
- (c) Angenommen alle Eckengrade $d(v), v \in V$, sind gerade. Dann hat G keine Brücke.

Aufgabe 3 Eine Variation von dem Greedy Algorithmus: Sei $G = (V, E)$ ein zusammenhängender Graph mit n Ecken und mit Gewichtsfunktion c . Der Algorithmus funktioniert so:

Sei x_0 eine beliebige Ecke und setze $T_1 := (\{x_0\}, \emptyset)$. Angenommen der Teilgraph $T_k = (V(T_k), E(T_k)), k < n$, von G , der ein Baum ist, ist bereits konstruiert worden. Sei e_k eine Kante mit minimalen Gewicht unter all den Kanten mit einer Endecke in $V(T_k)$ und der anderen in $V \setminus V(T_k)$. Setze

$$T_{k+1} := (V(T_k) \cup \{x_k\}, E(T_k) \cup \{e_k\}),$$

wobei x_k die Endecke von e_k in $V \setminus V(T_k)$ ist.
Zeigen Sie,

- (a) T_n ist ein aufspannender Baum in G .
- (b) Für jeden aufspannenden Baum T von G gilt $c(T) \geq c(T_n)$.

Aufgabe 4 Zeigen Sie, daß ein Graph genau dann bipartit ist, wenn er keinen Kreis ungerader Länge hat.