

11. Übungsblatt

Abgabe: Die, 23.1.07 vor der Vorlesung in das Fach von Andrea Wiese

Aufgabe 1 Bestimmen Sie den Zykelindex der Gruppe der Drehungen des Würfels als Permutationen der 6 Seitenflächen. (Es gibt 24 Drehungen - die Identität eingeschlossen- welche den Würfel in sich überführen. Wir ignorieren die 24 Spiegelungen des Würfels). Wieviele Färbungen der Seitenflächen mit 2, 3 und n Farben gibt es bis auf Symmetrie?

Aufgabe 2 Gegeben eine Halskette mit 6 Perlen. Die Halskette kann gedreht werden und abgenommen (also gespiegelt) werden. Bestimmen Sie die Anzahl der Muster mit 2 Farben im bisherigen Fall (nur Drehungen) und im neuen Fall (auch Spiegelung). Welche zwei Muster, die bei den Drehungen verschieden sind, sind unter Drehungen und Spiegelungen gleich?

Aufgabe 3 Eine Firma führt quadratische 3×3 -Karten mit jeweils 2 Löchern als Identitätskarten ein, wobei Vorder- und Rückseite nicht unterscheidbar sind. Wieviele Mitarbeiter kann die Firma höchstens beschäftigen? Hinweis: Überlegen Sie sich, welche Gruppe auf den 9 Feldern wirkt und wenden dann das Lemma von Burnside an.

Aufgabe 4 Beweisen Sie die 3'er bzw. 9'er Probe: Eine Zahl $n = a_k a_{k-1} \dots a_0$ in Dezimaldarstellung ist genau dann durch 3 bzw. 9 teilbar, wenn die Quersumme $\sum_{i=0}^k a_i$ durch 3 bzw. 9 teilbar ist.