# 10. Übung: Lineare Algebra I

Sommersemester 2005

Barbara Baumeister, Abgabe: Mo, 27.6.05

**(1)** Sei $V$ der $\mathbf{R}$-Vektorraum $\mathbf{R}^3$.

(a) Geben Sie zwei verschiedene Basen $B_1, B_2$ von $V$ an.

(b) Bestimmen Sie die Koordinatenvektoren von $(1, 2, 3)$ und $(0, 5, 2)$ bezüglich $B_1$ und bezüglich $B_2$.

**(2)** Sei $V$ ein Vektorraum der Dimension $n$. Zeigen Sie: Jedes Erzeugendensystem $C$ von $V$ besteht aus mindestens $n$ Vektoren; Gleichheit gilt genau dann, wenn $C$ eine Basis von $V$ ist.

**(3)** Sei $V$ der $\mathbf{R}$-Vektorraum $\mathbf{R}^4$.

(a) Überprüfen Sie, ob gilt

$$V = \langle (1, 0, 1, 1), (-1, 1, 0, 0) \rangle \oplus \langle (1, 0, 1, 0), (1, 1, 1, 1) \rangle.$$

(b) Sei $U = \langle (1, 2, 0, 1), (1, 0, 2, 2), (3, 2, 4, 5) \rangle$. Bestimmen Sie ein Komplement zu $U$ in $V$.

**(4)** Welche der folgenden Abbildungen ist ein Vektorraumhomomorphismus? Beweisen Sie Ihre Aussage.

(a) $A : \mathbf{R}^3 \to \mathbf{R}^2$, $\quad A((x, y, z)) = (x, z)$ für alle $x, y, z \in \mathbf{R}$.

(b) $A : \mathbf{R}^3 \to \mathbf{R}^3$, $\quad A((x, y, z)) = (x, y + 1, z)$ für alle $x, y, z \in \mathbf{R}$.

(c) $A : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}^2$, $\quad A((x, y)) = (\lambda x + y, y)$ für alle $x, y \in \mathbf{R}$ mit $\lambda \in \mathbf{R}$ fest gewählt.

(d) $A : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}^3$, $\quad A((x, y)) = (x, -x, y)$ für alle $x, y \in \mathbf{R}$.