Prof. Dr. B. Baumeister
Dipl.-Math. Peter Knorr

WS 2009/10

Mathematik für Informatiker I - Übungsblatt 3

Abgabe bis Dienstag, den 3. November, 12 Uhr
in die Briefkästen im Mathe-Foyer

Aufgabe 1: (4 Punkte)
Welche der folgenden Relationen sind Äquivalenzrelationen? Begründen Sie Ihre Antwort!

(i) $a, b \in \mathbb{N}, a \sim b \Leftrightarrow a$ und b stimmen in mindestens zwei Ziffern überein.
(ii) $a, b \in \mathbb{N}, a \sim b \Leftrightarrow a$ und b stimmen in der letzten Ziffer überein.
(iii) a, b Personen, $a \sim b \Leftrightarrow a$ ist höchstens so groß wie b.
(iv) a, b Mäuse, $a \sim b \Leftrightarrow a$ und b haben weißes Fell.

Aufgabe 2: (4 Punkte)
Seien f, g Abbildungen, sodass die Verknüpfung $f \circ g$ möglich ist. Zeigen Sie:

(i) Sind f und g surjektiv, so ist auch $f \circ g$ surjektiv.
(ii) Sind f und g injektiv, so ist auch $f \circ g$ injektiv.

Aufgabe 3: (4 Punkte)
Auf der Menge $\mathbb{N}^2$ ist die lexikographische Ordnung $\sqsubseteq$ wie folgt definiert:
$(a_1, a_2) \sqsubseteq (b_1, b_2) \Leftrightarrow (a_1 < b_1) \vee (a_1 = b_1 \wedge a_2 \leq b_2)$
($\leq$ ist hier die natürliche Ordnung auf N.) Zeigen Sie, dass $\sqsubseteq$ auf $\mathbb{N}^2$ eine totale Ordnung darstellt.

Aufgabe 4: (4 Punkte)
Sei $R = \{(m, n) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \mid m - n \text{ ist durch 5 teilbar.}\}$ und $r \in \{0, 1, 2, 3, 4\}$.

(i) Beweisen Sie, dass R eine Äquivalenzrelation ist.
(ii) Zeigen Sie, dass $[r]$ (die Äquivalenzklasse von r) genau die Menge der Zahlen ist, die bei Division durch 5 den Rest r lassen.

Bemerkung: Man sagt „m hat den Rest r bei Division durch q“, wenn es ein $k \in \mathbb{Z}$ gibt mit $m = q \cdot k + r$.