Probeklausur zur Elementargeometrie

SoSe 2008

9. Juli 2008, 12.15–13.45

Vorname und Name (bitte leserlich !):

Matrikelnummer:

☐ Ich möchte einen normalen Schein.

☐ Ich möchte einen ECTS-Schein.

1	2	3	4	5	6	$\sum$	Note

Bitte beachten Sie:

Jedes abgegebene Blatt mit Namen und Matrikelnummer versehen!
Namen bitte leserlich in BLOCKSCHRIFT!

(Teil-)Lösungen werden nur mit vollständigem (Teil-)Lösungsweg anerkannt.

Erlaubte Hilfsmittel sind ein handgeschriebenes DIN A4 Blatt.

Jede Aufgabe zählt 8 Punkte; die besten 4 Aufgaben zählen. Die Klausur ist mit 16 Punkten bestanden.

Aufgabe (1) (a) Geben Sie die Definition eines Lotes eines Punktes auf eine Gerade.

(b) Zeigen Sie mit Hilfe einer Geradenspiegelung: in jeder desarguesschen euklididschen Ebene gibt es ein Lot von dem Punkt P auf die Gerade g.

Aufgabe (2) Ein Rechteck ist ein Paralellogramm in dem alle Winkel rechte sind. Zeigen Sie mit Hilfe von Kongruenzbetrachtungen den Satz: In der euklidischen Ebene ist ein Paralellogramm genau dann ein Rechteck, wenn seine beiden Diagonalen gleich lang sind.

Aufgabe (3) Beweisen Sie den Satz von Thales.

Aufgabe (4) Zeigen Sie ohne Kongruenzsätze zu benutzen: in jeder desarguesschen euklididschen Ebene gibt es zu jedem Winkel eine Winkelhalbierende.

Aufgabe (5) Zeigen Sie, dass in jedem Modell des Axiomensystems (I1)–(I7) mindestens 4 Ebenen existieren.

Aufgabe (6) Definiere folgende Abbildungen in $AG(3, K)$:

$$\sigma_{P,k} : K^3 \to K^3 \text{ mit } x \mapsto k(x - P),$$

P in K^3, k in K, $k \neq 0$;

$$\tau_P : K^3 \to K^3 \text{ mit } x \mapsto x + P.$$

(a) Zeigen Sie, dass diese Abbildungen Dehnungen sind.

(b) Zeigen Sie, dass es keine weiteren Dehnungen in $AG(3, K)$ gibt.