8. Aufgabenblatt zur Vorlesung

Entwurf und Analyse von Algorithmen

(Günter Rote, Astrid Kaffanke, Christian Knauer)

Abgabe: 14. Dezember 2000

Die Klausur findet am Donnerstag, den 7. Dezember im **Hörsaal des ZIB** *statt. Beginn ist pünktlich um 10.15 Uhr, bitte seid spätestens um 10.00 Uhr da!*

1. **Deterministische Mediansuche** (5 Punkte).

   Der deterministische Algorithmus zur Mediansuche aus der Vorlesung teilt die Eingabe in 5-er Blöcke auf. Bleibt die Laufzeit des Verfahrens linear, wenn man die Eingabe statt dessen in 7-er Blöcke aufteilt? Warum liefert die Aufteilung in 3-er Blöcke keinen Linearzeitalgorithmus mehr?

2. **Deterministisches Quicksort** (2 Punkte).

   Zeige, wie man Quicksort so modifizieren kann, dass es auch im schlechtesten Fall mit $O(n \cdot \log n)$ Vergleichen auskommt.

3. **Kanten tauschen** (0 Punkte).

   Gegeben sei ein Baum T auf der Knotenmenge V. Es wird eine Kante e aus T entfernt. Bestimme die Menge derjenigen Kanten, die man zu T hinzufügen darf, so dass wieder ein Baum entsteht.

$\star$ Bei den folgenden Aufgaben bezeichne $\mathcal{T}$ die Menge der kreisfreien Graphen auf einer Knotenmenge V. Für einen Graphen $F \in \mathcal{T}$ sei $|F|$ die Anzahl von *Kanten* in F .

4. **Zusammenhangskomponenten** (2 Punkte).

   Zeige, dass ein Graph $F \in \mathcal{T}$ aus $n - |F|$ Zusammenhangskomponenten besteht, und dass jede dieser Komponenten ein Baum ist.

5. **Austauscheigenschaft** (3 Punkte).

   Gegeben seien zwei Graphen $F_1,\ F_2 \in \mathcal{T}$ auf derselben Knotenmenge V mit $|F_1| < |F_2|$.

   Zeige: Es gibt eine Kante $e \in F_2 - F_1$, so dass $F_1 \cup \{e\} \in \mathcal{T}$.

6. **Kürzeste spannende Bäume mit Engpass-Zielfunktion** (4 Punkte).

   (a) Sei e eine Kante mit maximalem Gewicht auf einem Kreis in $G = (V, E)$ mit einer Gewichtsfunktion w. Beweise, dass ein MST für $G' = (V, E - \{e\})$ auch ein MST für G ist.

   (b) Beschreibe einen effizienten Algorithmus, der für einen ungerichteten Graphen G einen spannenden Baum T von G berechnet, so dass das Gewicht der schwersten Kante von T kleiner (oder gleich) ist als das Gewicht der schwersten Kante in jedem anderen spannenden Baum von G.

7. **Implementierung eines generischen Auswahlalgorithmus** [1] (5 Punkte).

Praktische Aufgabe! Abgabe bis zum 21.12.2000

Implementiere den in der Vorlesung vorgestellten randomisierten Auswahlalgorithmus. Deine Implementierung sollte generisch sein, also für Folgen von Datentypen funktionieren, die einen Vergleichsoperator implementieren, der eine totale Ordnung auf den Objekten des Typs definiert. Teste Deine Prozedur mit Folgen von ganzen Zahlen, Fließkommazahlen und Strings variabler Länge. Versuche die mittlere Anzahl der Vergleiche, die der Algorithmus benötigt, experimentell zu bestimmen. Kommentiere die Testergebnisse.

[1] Stell Dir vor, dass hier der übliche Hinweis zu Programmieraufgaben steht.