12. Aufgabenblatt zur Vorlesung

Entwurf und Analyse von Algorithmen

(Günter Rote, Astrid Kaffanke, Christian Knauer)

Abgabe: 25. Januar 2001

Die zweite Klausur findet am 12. Februar, 10-12 Uhr, statt.
Am 29.1. und 1.2. fällt die Vorlesung aus. Die Übungen finden auch in dieser Woche wie gewohnt statt!

1. **Schnelles Potenzieren auf einer RAM** (2 Punkte).

   Erstelle ein RAM-Programm, das 2^n in $O(\log n)$ Schritten bezüglich der arithmetischen Komplexität berechnet. Berechne die Laufzeit des Programms bezüglich der Bitkomplexität.

2. **k-Färbbarkeitsproblem** (3 Punkte).

   A sei das Problem, zu einem gegebenen ungerichteten Graphen $G = (V, E)$ und einer Zahl $k \in \mathbf{N}$ zu entscheiden, ob man G mit höchstens k Farben färben kann.

   Zeige, dass sich das Problem für festes $k = 2$ in polynomieller Zeit entscheiden lässt.

3. **Hamiltonscher Kreis** (4 Punkte).

   Ein *hamiltonscher Kreis* in einem Graphen $G = (V, E)$ ist ein Kreis, der jeden Knoten genau ein Mal besucht.

   (a) Zeige, dass das Problem *Hat ein Graph G einen hamiltonschen Kreis?* (Ham) in NP liegt.

   (b) Führe Ham in polynomieller Zeit auf das Rundreise-Problem zurück. Begründe die Korrektheit deines Vorgehens.

4. **SAT und 3-SAT** (4 Punkte).

   Eine 3-Cnf-Formel f ist eine boolesche Formel der folgenden Gestalt:

   f ist eine Konjunktion von Klauseln, und jede Klausel ist eine Disjunktion von genau 3 verschiedenen Literalen.

   Das Problem 3-Sat ist: Gegeben eine 3-Cnf-Formel f, gibt es eine erfüllende Belegung der Variablen?

   Zeige: Sat $\leq_P$ 3-Sat.

5. **Lineare Gleichungssysteme** (3 Punkte)

   Gegeben sei ein ganzzahliges lineares Gleichungssystem mit 2 Gleichungen in 2 Unbekannten x und y. Das Problem ist: *Hat das lineare Gleichungssystem eine Lösung?* (Lgs).

   Zeige, dass Lgs in NP liegt.